

Aufgabe 1 – Stochastik

- a. Ein Kind spielt gerne mit farbigen Holzklötzen, die in Form und Grösse alle identisch sind. Es sind 5 schwarze, 5 pinke, 7 gelbe, 6 rote, 9 blaue und 8 grüne Klötze. Sie befinden sich alle in einer Kiste.
Das Kind reiht (rein zufällig) 5 farbige Klötze vor sich in eine Reihe, so dass ein Zug entsteht. Der Zug fährt immer nach links (d.h. der Klotz ganz links ist vorne).
- a.1 Wie viele verschiedene Züge gibt es, wenn jede Farbe höchstens einmal im Zug vorkommt? (1P)
- a.2 Wie viele verschiedene Züge sind möglich, wenn hinter einem roten Klotz immer ein gelber Klotz kommen muss, falls rot überhaupt vorkommt? (5P)
- a.3 Wie viele Züge sind möglich, wenn ein zweifarbiger Zug aus grünen und gelben Klötzen entstehen soll? (2P)
- a.4 Das Kind wählt nun 5 schwarze, 4 pinke, 3 blaue und 2 rote Klötze aus. Aus diesen Klötzen zieht es zufällig nacheinander drei Klötze und bildet einen Zug.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Zug die Reihenfolge rot-rot-pink hat? (1.5P)
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Zug aus lauter verschiedenfarbigen Klötzen besteht? (3.5)
- b. Alle 40 Klötze befinden sich wieder in einer Kiste. Das Kind zieht zufällig auf einmal drei Klötze und hält diese miteinander in der Hand. Wie viele verschiedene Farbkombinationen sind möglich, wenn die Reihenfolge der gezogenen Klötze keine Rolle spielt? (3P)
- c. Alle 40 Klötze befinden sich wieder in der Kiste. Das Kind zieht rein zufällig einen Klotz aus der Kiste. Nun wettet die Mutter mit dem Vater, dass sie ihm CHF 2 bezahlt, wenn der Klotz rot, grün, gelb oder blau ist. Wie viel soll der Vater der Mutter bezahlen, damit die Wette fair ist? (3P)
- d. Das Kind legt alle blauen und gelben Klötze in die Kiste. Es zieht zufällig einen Klotz und die Mutter notiert die Farbe. Dann wird der Klotz zurück in die Kiste gelegt.
- d.1 Dies wird insgesamt 9 Mal durchgeführt, so dass sich die Mutter eine Reihenfolge von 9 Farben notiert hat (jeweils blau oder gelb). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass dabei sieben- oder achtmal die gelbe Farbe vorkommt? (3P)
- d.2 Wie oft muss das Kind mindestens ziehen, dass es mit einer Wahrscheinlichkeit von kleiner als 1% nie einen gelben Klotz zieht? (3P)

Aufgabe 2 - Vektorgeometrisches

Von einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche ABCD sind folgende Punkte gegeben: $A(7|3|6)$, $B(5|7|10)$, $C(1|3|12)$ und die Spitze $S(15|-1|23)$.

- Berechnen Sie die Ecke D des Quadrates ABCD. (2P)
- Zeigen Sie, dass die Grundfläche ABCD in der Ebene $E: 2x - y + 2z - 23 = 0$ liegt. (3P)
- Berechnen Sie den Lotfusspunkt L der Spitze S auf die Ebene E. (4P)
- Berechnen Sie das Volumen der Pyramide. Falls der Lotfusspunkt nicht berechnet werden konnte, verwenden Sie alternativ $L(5|1|7)$ und $S(17|-5|19)$. (4P)
- Der Pyramide wird ein Kegel einbeschrieben, so dass sie die gemeinsame Spitze $S(15|-1|23)$ haben. Um wie viel Prozent ist der Kegel kleiner als die Pyramide? (4P)
- Berechnen Sie den Schnittwinkel der Ebene durch ABS und der Ebene E durch ABCD. (4P)
- Geben Sie zwei Kanten der Pyramide an, welche zueinander windschief liegen. (1P)
- Welche Punkte auf der x-Achse haben von A den Abstand 7? (3P)

Aufgabe 3 – Analysis I (Kurvendiskussion)

Gegeben ist die ganzrationale Funktion mit der Funktionsgleichung

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5.$$

Bestimmen Sie, sofern vorhanden, den Schnittpunkt mit der y-Achse, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte und Sattelpunkte. Anschliessend skizzieren Sie den Graphen. (18P)

Aufgabe 4 – Analysis II (Gemischte Aufgaben mit Wurzelfunktion)

Gegeben ist die Funktionenschar $y_a = \sqrt{x - a^2}$.

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktionen abhängig von a . (1P)
- Zeichnen Sie den Graphen für $a = 1$. (3P)
- Wo schneidet der Graph der Funktion y_a für $a = 1$ den Graphen der Funktion $y = \sqrt{-x + 6} + 1$? (4P)
- Rotiert man die Fläche um die x-Achse, welche begrenzt wird durch den Graphen der Funktion mit der allgemeinen Funktionsgleichung $y_a = \sqrt{x - a^2}$ und der x-Achse sowie von $x = a^2$ bis $x = 3a^2$, so erhält man ein Volumen von 162π .
Wie gross kann in diesem Fall a sein? (4P)

Aufgabe 5 – Analysis III (Gemischte Aufgaben)

- a. An der Stelle $x = 1$ wird an den Graphen der Funktion $f(x) = 1.5 e^{2x-2}$ eine Parabel 2. Ordnung $g(x)$ so angehängt, dass der Übergang keinen Knick ergibt und die Parabel $g(x)$ bei $x = 2.5$ ein Extremum hat.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung $g(x)$ der Parabel. (6.5P)
- b. Berechnen Sie die Schnittpunkte der Funktionen $h(x) = 2 \sin x$ und $i(x) = 2 - 2 \cos^2 x$ im Intervall $[0 ; 2\pi]$.
Berechnen Sie anschliessend den Schnittwinkel bei der kleinsten Schnittstelle. (8.5P)
- c. Bestimmen Sie den Flächeninhalt zwischen dem Graphen der Funktion $k(x) = \frac{1}{x} + 1$ und der x -Achse, sowie zwischen $x = 1$ und $x = 2$. (3P)
- d. Der Flächeninhalt eines Rechtecks, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen, mit der rechten unteren Ecke $(2|0)$ und der linken oberen Ecke auf dem Graphen der Funktion mit der Funktionsgleichung $y = e^{3x}$ soll maximal sein. Skizzieren Sie die Situation und berechnen Sie den gesuchten Flächeninhalt auf zwei Stellen nach dem Komma. (6P)